

**ACT 2251 - MATHÉMATIQUES DE L'ASSURANCE-VIE 2**  
**EXAMEN FINAL - 19 avril 2007, 13h00-16h00**  
**Professeur: Dr Louis G. Doray, Ph.D., A.S.A.**

**Aucune documentation permise.**

**Seule une calculatrice non-programmable est permise.**

1- Une assurance mixte discrète de 20 ans, émise à  $(x)$ , procure en cas de décès d'ici 20 ans, un paiement de \$10000 plus la réserve pour le bénéficiaire. Si  $(x)$  survit jusqu'à l'âge  $x + 20$ , le bénéficiaire de survie est égal à \$10000. Si la prime  $\pi$  est constante et payable en début d'année,  $i = 0.05$  et  $q_y = 0.03$ , pour  $y = x, x + 1, \dots, x + 20$ ,

a) Calculez  $\pi$ .

b) Obtenez une expression pour  ${}_kV$ ,  $k = 0, 1, \dots, 20$ .

2- Si  $\delta = 0.03$ ,  $\mu_{x+t} = 0.04$ ,  $\mu_{y+t} = 0.02$ ,  $\forall t \geq 0$ , et  $x$  et  $y$  sont indépendants, calculer

a)  $\bar{A}_{x:y:\overline{20}|}^1$

b)  $\mu_{\overline{xy}}(5)$

c)  ${}_{20}q_{x:y}^2$

d)  $\bar{a}_{\overline{xy}}$

3- Si  $f_{T(x),T(y)}(s,t) = 12(1+s+t)^{-5}$ ,  $s, t > 0$ , calculer

a)  $\mu_{xy}(5)$

b)  $\dot{e}_{\overline{xy}}$

c) la fonction de survie de  $T(\overline{xy})$  en  $t = 5$ .

4- Vous voulez construire un modèle à décrétement double à partir de deux modèles à décrétement unique associés. Si  $q_{30}^{(1)} = 0.02$ ,  $q_{30}^{(2)} = 0.05$  calculer

a)  $q_{30}^{(1)}$

b)  $q_{30}^{(2)}$

sous l'hypothèse que dans les tableaux à décrétement unique associés,

le décrétement (1) est uniformément distribué

pour le décrétement (2), le tiers des décrétements (2) survient au tiers de l'année et le reste à la fin de l'année.

5- Vous faites une étude de mortalité. (2) représente un décès accidentel et (1) un décès non-accidentel. Si  $\mu_{x+t}^{(1)} = 1/(100 - x - t)$ ,  $x + t < 100$ , et  $\mu_{x+t}^{(2)} = 0.02$ ,  $\forall t > 0$ ,

a) Donner la fonction de probabilité conjointe de  $(K(60), J)$ .

b) Quelle est la probabilité que Jean qui a 40 ans meure entre les âges 60 et 80?

c) À l'âge de 60 ans, Jean achète une police spéciale d'assurance-vie entière qui paie \$10,000 uniquement en cas de décès non-accidentel. Si  $\delta = 0.04$ , quelle est la prime unique de cette police?

6- Pour calculer la prime brute annuelle  $G$  pour une police d'assurance-vie entière de \$100,000, émise à l'âge  $x$ , avec bénéfice payé à la fin de l'année du décès, vous faites les hypothèses de dépenses suivantes:

Commissions: 50 % de la première prime, 12 % de chaque prime subséquente.

Autres dépenses (en début d'année): \$500 la première année et \$100 dans les années futures.

Coût de règlement du sinistre: \$400.

a) Si  $\ddot{a}_x = 8$  et  $v = 0.95$ , calculer  $G$  sous le principe d'équivalence.

b) Calculer  $e$ , la prime constante pour les dépenses.