MAT 1958 - MATHÉMATIQUES POUR CHIMISTES

Examen intra

Le mercredi 28 octobre 2009, de 9h30 à 11h30.

Ni documentation, ni calculatrice.
Chaque question vaut 8 points (4 points par sous-question).

1. a) Calculer la somme de la série

$$\sum_{k=0}^{+\infty} e^{-k\theta_\nu/T}$$

   où $\theta_\nu > 0$ est une constante et $T > 0$ est une température.
   b) Déterminer les deux premiers termes non nuls de la série de Taylor à l'origine de la fonction

$$E(v) = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

2. a) Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire du nombre complexe

$$\frac{2+i}{2-i}.$$

   b) Déterminer le module r et l'argument θ du nombre complexe

$$\frac{1+i}{1-i}.$$

3. Soit

$$f(x, y) = x^3 y^2 + \ln y.$$

   a) Calculer la différentielle df.
   b) Si $x = -1$, $y = 1$ et si l'on fait varier x et y de $dx = 0,1$ et $dy = 0,1$, la variation de la fonction sera-t-elle positive ou négative ?

4. Soit

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 + xy.$$

a) Déterminer les points critiques (ou stationnaires) de f.

b) Pour chacun, déterminer sa nature (maximum, minimum, point de selle, ...).

5. Soient

$$A = \{(x, y) \mid 0 < x < 1,\ 0 < y < x^2\}$$

et

$$f(x, y) = y.$$

a) Déterminer l'aire de A.

b) Déterminer la valeur moyenne de f dans A.

André Giroux