Séries chronologiques univariées (STT-6615)

Chapitre 2

Exemple, construction des modèles ARIMA: Analyse du PNB aux États-Unis

Analyse des données du PNB aux États-Unis

- **Exemple:** Produit national brut aux États-Unis.
- Données trimestrielles couvrant la période: 1947 (1er trimestre) à 2002 (3ième trimestre); $n = 223$.
- Les données sont en milliards de dollars enchaînées (1996).
- Les données ont été désaisonnalisées.

Ajustement de modèles AR(1) et MA(2)

- **pnbdifflog = diff(log(pnb))**

- **Ajustement d'un AR(1)**
- pnbdifflog.ar1 = arima(pnbdifflog, order = c(1, 0, 0))

- **Ajustement d'un MA(2)**
- pnbdifflog.ma2 = arima(pnbdifflog, order = c(0, 0, 2))

Analyse des résultats: AR(1)

- `Call:`
- `arima(x = pnbdifflog, order = c(1, 0, 0))`

- `Coefficients:`
- `          ar1  intercept`
- `       0.3467     0.0083`
- `s.e.   0.0627     0.0010`

- `sigma^2 estimated as 9.03e-05:  log likelihood = 718.61,`
- `aic = -1431.22`

Écriture du modèle AR(1)

- Le modèle prend la forme:

$$(X_t - \mu) = \phi(X_{t-1} - \mu) + w_t,$$

$$X_t = \alpha + \phi X_{t-1} + w_t.$$

- La relation entre les paramètres est:

$$\alpha = \mu(1 - \phi)$$

Écriture du modèle AR(1) basée sur la sortie informatique

- Le modèle est:

$$(X_t - 0.008) = 0.347(X_{t-1} - 0.008) + \hat{w}_t$$

$$X_t = 0.005 + 0.347 X_{t-1} + \hat{w}_t$$

- On remarque que 0.0083*(1-0.3467) =0.0054

Concernant les écarts-type

- On a directement de la sortie informatique que les erreurs-type de μ et ϕ sont 0.010 et 0.0627, respectivement.
- Concernant l'erreur-type de α, si ϕ était connu, on aurait: $\operatorname{var}(\hat{\alpha}) = (1-\phi)^2 \operatorname{var}(\hat{\mu})$
- On trouve ainsi comme approximation pour l'erreur-type de l'estimateur de α:
- (1-0.3467)*0.010 = 0.0006533

Analyse des résultats: MA(2)

- `Call: arima(x = pnbdifflog, order = c(0, 0, 2))`

```
• Coefficients:
•          ma1     ma2  intercept
•       0.3028  0.2035     0.0083
• s.e.  0.0654  0.0644     0.0010
```

- `sigma^2 estimated as 8.92e-05:  log likelihood = 719.96,`
- `aic = -1431.93`
- Le modèle prend la forme:

$$X_t = \alpha + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-2} + w_t$$

Écriture du modèle MA(2) basée sur la sortie informatique

- Modèle MA(2) avec paramètres estimés et erreurs-type en indice:

$$X_t = 0.008_{(0.001)} + 0.303_{(0.065)}\,\hat{w}_{t-1} + 0.204_{(0.064)}\,\hat{w}_{t-2} + \hat{w}_t$$

Illustration que ces deux modèles sont plutôt similaire

- Rappelons qu'un AR(1) peut s'exprimer comme une moyenne mobile d'ordre infini.
- Les coefficients de la représentation linéaire s'amortisse habituellement assez rapidement vers zéro.
- On peut obtenir ces poids ψ à l'aide de la fonction R `ARMAtoMA()`.

Calcul des poids de la représentation linéaire

```
> ARMAtoMA(ar=.35, ma=0, 10)
[1] 3.500000e-01 1.225000e-01 4.287500e-02 1.500625e-02 5.252187e-03
[6] 1.838266e-03 6.433930e-04 2.251875e-04 7.881564e-05 2.758547e-05
```

- On peut améliorer l'affichage avec la commande `round()`. À quatre décimales:
- `> round(ARMAtoMA(ar=.35, ma=0, 10),4)`
- `[1] 0.3500 0.1225 0.0429 0.0150 0.0053 0.0018 0.0006 0.0002 0.0001 0.0000`
- Ce AR(1) est approximativement le MA(2):

$$X_t \approx 0.35 w_{t-1} + 0.12 w_{t-2} + w_t$$