Séries chronologiques univariées (STT-6615)

Chapitre 2

Modèles SARIMA

Introduction

- Il peut survenir de la non-stationnarité saisonnière lorsque le processus est pratiquement périodique dans la saison.
- À titre d'exemple, si les mois de janvier sont approximativement les mêmes, les mois de février approximativement les mêmes, etc., on pourrait adopter le modèle suivant: $X_t = S_t + w_t,$

$$S_t = S_{t-12} + v_t$$

Introduction (suite)

- On remarque que la transformation:

$$
\begin{aligned}
(1-B^{12})X_t &= X_t - X_{t-12} \\
&= (S_t + w_t) - (S_{t-12} + w_{t-12}) \\
&= v_t + w_t - w_{t-12}
\end{aligned}
$$

- Et on constate que l'application de cette transformation rend le processus stationnaire.

Introduction (suite)

- Un examen visuel d'une réalisation du processus précédent, donne un ACF particulièrement grand aux délais $h = 12k$, avec $k = 1,2,3,\ldots$ qui décroît particulièrement lentement dans le temps.
- Une différenciation saisonnière consiste à appliquer l'opérateur $(1-B^{12})$.

Opérateur différence saisonnière

- Cet opérateur est définit par la relation:

$$\nabla_s^D X_t = \left(1 - B^s\right)^D X_t$$

- L'ordre *D* prend des valeurs entières *D = 1,2,…*
- Typiquement, *D = 1* est suffisant dans les applications avec données réelles.

Définition d'un modèle SARIMA

- Définition: Un modèle **multiplicatif saisonnier, autorégressif moyenne mobile intégré**, ou encore **SARIMA**, est définit par:

$$\Phi_P\left(B^s\right)\phi\left(B\right)\nabla_s^D\nabla^d X_t = \alpha + \Theta_Q\left(B^s\right)\theta\left(B\right)w_t$$

- Il est noté **ARIMA(p,d,q) x (P,D,Q)$_s$.**

$$\nabla^d = (1-B)^d; \quad \nabla_s^D = (1-B^s)^D$$

Remarques sur la modélisation

- **Examen de la stationnarité:** Habituellement on commence par un examen de l'ACF et on tente d'appliquer les opérateurs de différences afin de rendre la série stationnaire: opérateur saisonnier $(1-B^{12})$ en prenant $D = 1$ et application de l'opérateur $(1-B)^d$ où l'on cherche un d convenable.
- Ensuite on fait comme d'habitude en cherchant à modéliser les résidus.