STT 2700: Concepts et méthodes en statistique
Devoir 1: date de remise, 3 février 2017
Hiver 2017

(1) Une variable aléatoire X suit une loi binomiale avec $n = 25$ et $p = 0.3$, c'est-à-dire que $X \sim Bin(25, 0.3)$. Évaluez les probabilités $X \leq 2$, $X \leq 4$, $X \leq 7$ et $X \leq 9$ en utilisant dans chacun des cas les méthodes suivantes.

a) La valeur exacte (en utilisant, au besoin, la Table 1 de loi binomiale).
b) L'approximation normale sans correction pour la continuité.
c) L'approximation normale avec correction pour la continuité.
d) Discuter.

(2) La moyenne et l'écart-type échantillonnaux de résultats de 900 étudiants sont $\bar{x} = 83$ et $s' = 36$. Au moins combien d'étudiants ont reçu des notes entre 71 et 95?

(3) Considérons deux suites de variables aléatoires $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ et $\{Y_n\}_{n=1}^{\infty}$ telles que: $X_n \xrightarrow{p} a$ et $Y_n \xrightarrow{p} b$. Démontrer que:

a) $X_n + Y_n \xrightarrow{p} a + b$.
b) $X_n Y_n \xrightarrow{p} ab$.
c) Si $b \neq 0$, alors $X_n / Y_n \xrightarrow{p} a/b$.

(4) Soit $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ satisfaisant pour une certain M la relation $P(|X_n - c| < M) = 1$, pour tous n, et supposons que $X_n \xrightarrow{p} c$. Montrer que:

a) $E(X_n) \to c$.
b) $E(X_n - c)^2 \to 0$.

(5) Soient $X \sim \mathcal{N}(6, 1)$ et $Y \sim \mathcal{N}(7, 1)$, telles que X et Y sont indépendantes. Trouver $P(X > Y)$.

(6) La loi de la variable aléatoire X du nombre d'épreuves afin d'avoir r succès dans une suite de d'épreuves dichotomiques et indépendantes est appelée la loi binomiale négative (la probabilité de succès est p à chaque épreuve). Trouver la fonction génératrice des moments de X, ainsi que $E(X)$ et $\mathrm{var}(X)$. *Indice:* Voir les exercices 85 et 86 du Chapitre 4 du livre de Rice.

(7) Trouver une façon d'obtenir le moment $E(XY)$ de la fonction génératrice conjointe du couple (X, Y).