STT 2700: Concepts et méthodes en statistique
Travail pratique 6
Hiver 2017

(1) Exercices provenant du Chapitre 8 du livre de Rice, 3ième édition: 4, 5abc, 6, 7abc, 9, 10, 12, 13, 16abc, 17abcd, 20, 21ab.

(2) Soit X un caractère étudié qui suit une normale $N(\mu, \sigma^2)$. Soit $X_1, \ldots, X_n$ un échantillon aléatoire. Montrer que parmi tous les estimateurs de σ^2 de la forme $A \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$, celui qui admet le plus petit EQM est celui pour lequel $A = (n+1)^{-1}$.

(3) Soit X une v.a. $N(\mu, \sigma^2)$. Montrer que la quantité d'information de Fisher associée à σ^2 est $I(\sigma^2) = (2\sigma^4)^{-1}$.

(4) Soit X un caractère étudié et supposons que nous disposons d'un échantillon aléatoire $X_1, \ldots, X_n$.

a) Si X suit une loi $Poisson(\theta)$, montrer que $\hat{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ est un estimateur sans biais, convergent et efficace pour θ.

b) Si X suit une loi normale $N(\theta, \sigma^2)$, montrer que $\hat{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ est un estimateur sans biais, convergent et efficace pour θ.

c) Si X suit une loi normale $N(0, \theta)$, montrer que $\hat{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ est un estimateur sans biais, convergent et efficace pour θ.