14. Soit $G = (V, E)$ un graphe connexe. On définit la *distance* entre deux sommets comme le nombre minimal d'arêtes d'un chemin reliant les deux sommets. Le *diamètre* du graphe est le minimum des distances entre deux sommets du graphe. Décrivez les graphes de diamètre 1.

15. Trois professeurs P_1, P_2 et P_3 doivent donner des cours à trois classes C_1, C_2 et C_3.

P_1 doit donner 2 heures de cours à C_1 et une heure à C_2.

P_2 doit donner une heure de cours à chacune des classes C_1, C_2 et C_3.

P_3 doit donner une heure de cours à C_2 et deux heures à C_3.

Quel est le nombre minimum de plages horaires dont on a besoin pour que ces cours se donnent ? (On essaie de placer le plus de cours possibles en parallèle.)
Suggestion Tracer un multigraphe reliant les professeurs aux cours qu'ils doivent donner. Colorier les arêtes de telle sorte que des cours incompatibles soient coloriés de couleurs différentes.

16. (a) Combien y a-t-il de sommets et d'arêtes dans les graphes complets bipartis $K_{4,7}$, $K_{7,11}$ et $K_{m,n}$.

(b) Si le graphe $K_{m,12}$ a 72 arêtes, trouver m.

17. Un graphe biparti peut-il avoir un cycle de longueur impaire ?

18. Les graphes de la figure 1.12 sont-ils planaires ?

19. Soit $G = (V, E)$ un graphe planaire qui détermine 53 régions. Si chaque région a au moins 5 arêtes, montrer que $|V| \geq 82$.

20. Donner le nombre chromatique du graphe $K_{1,n}$. Quel est son polynôme chromatique ?

21. (a) Une compagnie chimique doit entreposer des produits chimiques, numérotés de 1 à 7. La nature de ces produits fait que le produit i ne peut être entreposé avec le produit $i+1$, ni avec le produit $i+2$. Déterminer le nombre minimum de compartiments nécessaires pour stocker tous ces produits.

(b) Même question si, de plus, les produits des quatre paires suivantes ne peuvent être entreposés ensemble : 1 et 4, 2 et 5, 2 et 6, 3 et 6.

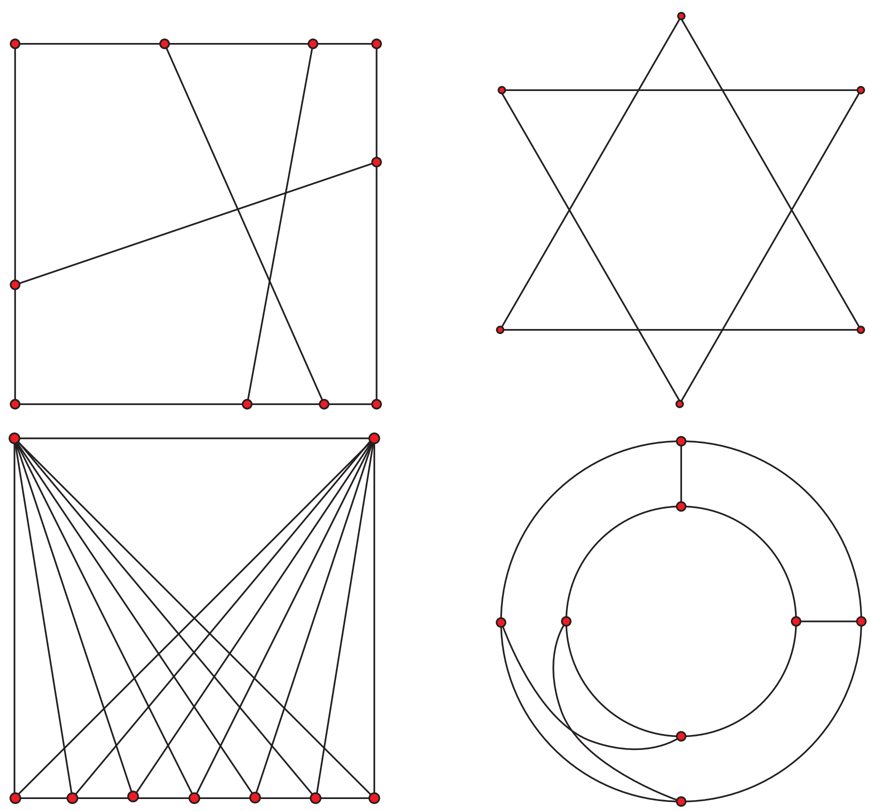

FIGURE 1.12 – Les graphes de l'exercice 1.7