

MAT 3060

Quatrième série d'exercices

1. Montrer que tout axiome de L est une tautologie.
2. Soit \mathcal{A} une formule bf de L , et L^* l'extension obtenue en ajoutant \mathcal{A} comme nouvel axiome. Montrer que l'ensemble des théorèmes de L^* est différent de l'ensemble des théorèmes de L si et seulement si \mathcal{A} n'est pas un théorème de L .
3. Montrer que si la formule bf \mathcal{B} est une contradiction, alors \mathcal{B} ne peut jamais être un théorème d'une extension cohérente de L .
4. Soit L^* l'extension de L obtenue en ajoutant le schéma d'axiomes suivant

$$(((\sim\mathcal{A}) \rightarrow \mathcal{B}) \rightarrow (\mathcal{A} \rightarrow (\sim\mathcal{B}))).$$

Montrer que L^* est incohérente.

5. Soit \mathcal{A} une formule bf de L contenant les variables propositionnelles p_1, \dots, p_n . Soient $\mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_n$ des formules bf de L , et soit \mathcal{B} la formule obtenue en remplaçant chaque occurrence de p_i par \mathcal{A}_i . Montrer que si \mathcal{A} est un théorème de L , alors \mathcal{B} est un théorème de L .