

MAT 3060

Huitième série d'exercices

1. Montrer qu'une extension S de $K_{\mathcal{L}}$ est non cohérente si et seulement si toute formule bf de \mathcal{L} est un théorème de S .
2. Soit S un système du premier ordre cohérent tel que, pour toute formule bf fermée \mathcal{A} de \mathcal{L} , l'extension obtenue en ajoutant \mathcal{A} comme axiome est cohérente si et seulement si \mathcal{A} est un théorème de S . Montrer que S est complet.
3. Soit \mathcal{A} et \mathcal{B} deux formules bf de \mathcal{L} telle que $(\mathcal{A} \vee \mathcal{B})$ est un théorème de $K_{\mathcal{L}}$. Est-ce nécessairement le cas que, soit \mathcal{A} , soit \mathcal{B} est un théorème de $K_{\mathcal{L}}$?
4. Soit Γ un ensemble de formules bf de \mathcal{L} et soit M un modèle de Γ . Montrer que si $\Gamma \vdash_{\mathcal{K}} \mathcal{A}$, alors \mathcal{A} est vraie dans M . La réciproque est-elle vraie?
5. Soit S une extension cohérente complète de $K_{\mathcal{L}}$. Montrer que si M_1 et M_2 sont deux modèles de S , alors une formule bf fermée \mathcal{A} est vraie dans M_1 si et seulement si elle est vraie dans M_2 .