

MAT 3060

Neuvième série d'exercices

1. Soit S un système du premier ordre avec égalité, et soit \mathcal{A} une formule fermée qui est vraie dans tous les modèles normaux de S . Montrer que \mathcal{A} est vraie dans tous les modèles de S .
(**Suggestion** : supposer que \mathcal{A} n'est pas un théorème de S et construire une extension de S en ajoutant $\sim \mathcal{A}$ comme axiome.)
2. Décrire comment exprimer dans un système du premier ordre avec égalité ayant un symbole de prédicat A_1^1 , la formule : « il existe exactement deux éléments satisfaisant à A_1^1 ».
3. Donner un système d'axiomes \mathcal{G}' pour la théorie des groupes sans utiliser de symbole de constante.
4. Donner un système d'axiomes \mathcal{G}' pour la théorie des groupes en utilisant une unique constante et un unique symbole de prédicat A_1^3 , que l'on veut interpréter comme suite $A_1^3(x_1, x_2, x_3)$ si $x_1 * x_2 = x_3$.
5. Donner une formule de \mathcal{N} avec une variable libre x_1 qui serait vraie pour une valuation v dans \mathbb{N} si et seulement si $v(x_1)$ est premier.
6. Donner une formule de ZF dont l'interprétation dirait que, étant donné deux ensembles, il existe un ensemble qui est l'intersection des deux ensembles.