MAT 2450 : MATHÉMATIQUES ET TECHNOLOGIE
SUJETS DE PROJETS DE SESSION (hiver 2019)

I. Projets reliés au chapitre sur le positionnement

I.1 **Le fonctionnement d'un GPS : aspects relativistes.**
Pour quelqu'un qui a fait un cours de relativité générale, on peut traiter des aspects relativistes dans le GPS. Une bonne référence est "Exploring Black Holes, Introduction to General Relativity" Edwin F. Taylor and John Archibald Wheeler, Addison Wesley Longman, chapitres 1 et 2 et projet sur le GPS. Ces chapitres et le projet peuvent être téléchargés de
`http://www.eftaylor.com/general.html`

I.2 **Quelques éléments de la théorie des projections.** Étude d'autres projections utilisées en cartographie, par exemple préservant les aires ou les angles. La cote GA 110 des bibliothèques de l'Université de Montréal correspond à des livres sur le sujet. On trouve entre autres les livres suivants à la bibliothèques des lettres et sciences humaines :
"Coordinate systems and map projections", par D.H. Mailing
"Les systèmes de projection et leurs applications", F. Reignier
"Map projections", P. Richardus et R. K. Adler.
On peut aussi regarder le système de coordonnées UTM :
`http://www.rncan.gc.ca/sciences-terre/geographie/information-topographique/cartes/9780`
En Amérique du Nord la plupart des cartes topographiques sont quadrillées à l'aide du système de coordonnées UTM : "Universal Transverse Mercator". Ce système a été élaboré par l'armée américaine pour éviter les difficultés de calcul avec le système de Mercator usuel.

I.3 **Les statistiques pour aider à retrouver une épave.** Chercher une épave dans le fond de l'eau est comme chercher une aiguille dans une botte de foin. Les statistiques bayésiennes peuvent nous aider à savoir où orienter nos recherches. Références :
`http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/nav.3800180202/epdf`
Aussi présentation de Marc-André Desautels, cégep de St-Jean-sur-Richelieu :
`http://madesautels.rbind.io/pdf/2017-theoreme-bayes.pdf`

II. Projets reliés aux chapitres sur les codes correcteurs d'erreurs, la cryptographie et Google

II.1 **Codes correcteurs d'erreurs.** Il existe d'autres codes que le code de Hamming qui permettent de corriger plus d'une erreur. Voir par exemple ≪ A Course in Error-Correcting Codes ≫, J. Justesen & T. Høboldt, EMS Textbooks in Mathematics. Le livre est disponible en version électronique sur le site de la bibliothèque. Regarder par exemple le chapitre 1 (qui contient quelques projets dans les exercices) et, soit les codes de Reed-Solomon, soit les codes cycliques. Ceci peut demander de regarder le chapitre 2 sur les corps finis. Remarquez que le livre contient aussi une partie sur les corps finis (section 6.5) et les codes de Reed-Solomon (section 6.6).

II.2 **Aspects computationnels de l'algorithme PageRank.** L'algorithme de Google repose sur le calcul d'un vecteur propre de la valeur popre 1. Comment s'y prend-on en pratique quand la matrice est immense ? Référence : Amy. N. Langville and Carl D. Meyer, A Survey of Eigenvector Methods for Web Information Retrieval, *SIAM Review*, Volume 47, Issue 1, (2005), pp. 135–161.

III. Projets reliés aux applications mathématiques dans les autres sciences

III.1 **La théorie des noeuds pour expliquer l'action des enzymes sur l'ADN.** Références : *La science des noeuds*, Dossier pour la science, No. 7615 (1997), Springer-Verlag (1977) ; C. Rousseau, *La théorie des noeuds en science*, Mathématiques d'hier et d'aujourd'hui, Collectif pour l'An 2000 ; De W. Sumners, *Untangling DNA*, Mathematical Intelligencer (1990) 71–80 ; L.H. Kauffman, site internet sur les noeuds : `http://knotplot.com/`

III.2 **Pourquoi les saisons ?** Un livre d'introduction à l'astronomie pourra y répondre. Soyez ambitieux : calculer à quelle hauteur s'élèvera le soleil selon la latitude et la date ? Quelle est la durée du jour selon la latitude et la période de l'année ?

III.3 **L'équation du temps.** À Montréal, le soleil se couche à 16h12 au 1er décembre, 16h10 au 10 décembre et 16h13 au 21 décembre qui est pourtant la journée la plus courte de l'année. Au 10 janvier, soit 20 jours après le solstice, il se couche à 16h30. Pourquoi cette dissymétrie par rapport au solstice ? Deux raisons l'expliquent. Tout d'abord, l'inclinaison de l'axe de la Terre. Ensuite, le fait que l'orbite de la Terre autour du soleil est une ellipse et non un cercle. L'équation du temps résume ces deux variations : voir

`https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_du_temps`

Aussi : Sproul, A. B. (2006), *Derivation of the solar geometric relationships using vector analysis*. À télécharger de

`http://www.physics.arizona.edu/~cronin/Solar/References/Irradiance%20Models%20and%20Data/SPR07.pdf`

Article de C. Rousseau : *L'équation du temps*, Accromath, `http://accromath.uqam.ca/2013/09/lequation-du-temps/`

III.3 **Les polyèdres, le théorème d'Euler, les symétries des polyèdres et leurs applications dans la nature.** Cristaux polyédriques, cristallographie, fullerènes, etc. Comment répartir uniformément les trous sur une balle de golf ? Un bon point de départ est

Fullerènes et polyèdres, Christiane Rousseau, Accromath

`http://accromath.uqam.ca/2007/07/fullerenes-et-polyedres/`

Pour les applications en chimie aux fullerènes, voir DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, Volume 51, "Discrete Mathematical Chemistry", DIMACS Workshop 1998. Pour la répartition des trous sur une balle de golf voir dossier Pour la Science "La sphère sous toutes ses formes", décembre 2003.

III.4 **Formes de la nature. La nature et les nombres.** Comment expliquer les spirales dans le coeur des fleurs de tournesol ? Y a-t-il une équation donnant la spirale des coquilles d'escargots ?

Références : *For all practical purposes*, dans la collection COMAP partie V,

La nature et les nombres, Ian Stewart, Hachette,

La physique des spirales végétales par Stéphane Douady et Yves Couder, dans la Recherche 250, janvier 1992, volume 24, et S. Douady, Y. Couder, *Phyllotaxis as a Physical Self-Organized Growth Process*, Physical Review Letters, **68**, 2098-2101 (1992).

L'origine des formes, numéro spécial de la Recherche., No 305, janvier 1998.

"Pattern formation in biology, vision and dynamics", A. Carbone, M. Gromov et P. Prusinkievitcz, World Scientific, 2000.

"On growth and form" D'Arcy W. Thompson, Dover 1992.

"The golden ratio", M. Livio, Boardway Books, 2002.

"Geometry in Nature", V.L. Hansen. A. K. Peters, 1993. www.lenombredor.free.fr/nature.htm http://www.math.duke.edu/education/ccp/materials/biology.html où se trouve le chapitre *Equiangular spiral*.

“Nautile, Nombre d’or et spirale dorée”, C. Rousseau Accromath 3, été-automne 2008

http://accromath.uqam.ca/2008/07/nautile-nombre-dor-et-spirale-doree/

“Spirales végétales, C. Rousseau et Redouane Zazoun, Accromath 3, été-automne 2008

http ://accromath.uqam.ca/2008/07/spirales-vegetales/

III.5 **Croissance des végétaux et L-systèmes.** Comment croissent les végétaux, graminées, fougères, etc., qui ont des formes fractales ? Aristid Lindenmayer a proposé un modèle simple d’automates qui peut expliquer cette croissance. Référence : The algorithmic beauty of plants, par P. Prusinkiewixz et A. Lindenmayer. Une version électronique gratuite est disponible à http://algorithmicbotany.org/

Aussi : L-systèmes : les équations des plantes, par Adrien Lessard, revue Accromath : http://accromath.uqam.ca/2013/09/l-systemes-les-equations-des-plantes/

Adrien Lessard a aussi écrit un article de ce titre dans le Bulletin AMQ. Il peut être téléchargé à http://archimede.mat.ulaval.ca/amq/bulletins/mai14/06-maitre-l-systemes.pdf

III.6 **La forme des dunes de sable.** Voir

“Les tas de sable”, Gazette des mathématiciens, 65–82, 2002.

III.7 **Surfaces minimales et membranes cellulaires.** Voir

Dossier hors-série “Les formes de la vie” de Pour la Science, juillet-septembre 2004.

P.-G. de Gennes et al, “Gouttes, perles et ondes” Bélin, Paris, 2002.

I. Peterson, “The mathematical tourist”, W.H. Freeman and Co, 1998.

(Il est préférable d’avoir fait un cours de géométrie différentielle.)

IV. Différents aspects du traitement d’images

IV.1 **L’adaptation pratique de la compression d’images par les systèmes de fonctions itérées.** Article de J. Kominek, “Advances in fractal compression for multimedia applications”, Multimedia Systems (1997), 5 : 255-270.

IV.2 **Nettoyage d’images par morphologie mathématique.**

Beaucoup de matériel sur le web. Ne pas utiliser pour l’exposé de présentations toutes faites existant sur la Toile.

Par exemple : http://fr.wikipedia.org/wiki/Morphologie_mathematique (et les références qui s’y trouvent),

Aussi chapitre 1 de « Morphologie mathématique », sous la direction de Laurent Najman et Hughes Talbot, 2008, et “Hands-on morphological image processing”, par Edward R. Dougherty et Roberto A. Lotufo (ressource en ligne à la bibliothèque).

IV.3 **Le format JPEG2000 : compression d’images par ondelettes**

Référence : “Discrete Wavelet transformations : an elementary approach with applications”, Patrick J. van Fleet.

IV.4 **Recherche de contours dans une photographie.** Un algorithme de base en analyse d’images numériques : comment tracer le contour d’un objet sur une photographie. Un des algorithmes est basé sur la notion de gradient que vous avez vue en MAT 1400. À essayer sur une photographie contrastante. Voici un point de départ :

Handbook of image and video processing, Al Bovik (ed.), Academic Press (2000). (Voir le chapitre 4.11.)

IV.5 **Les mathématiques du CT Scan (imagerie par résonance magnétique).**

The Mathematics of Medical Imaging, A Beginner's Guide, Timothy G. Feeman, Springer, collection SUMAT (2010) (le livre est à la bibliothèque).

Construire une image médicale, par C. Rousseau, Article dans Accromath, volume 10.1 :

`http://accromath.uqam.ca/2015/03/construire-une-image-medicale/`

V. Quelques applications des probabilités

V.1 **La percolation et ses applications.** Dans ce sujet on étudie sous quelles conditions un liquide peut percoler au travers d'un matériel poreux. Les applications sont multiples : percolation de liquides dans le sol, modélisation de la propagation de feux de forêt ou d'épidémies, etc.

Références :

Passera, passera pas, par C. Rousseau, Article dans Accromath,

`http://accromath.uqam.ca/2014/02/passera-passera-pas/`

Introduction to percolation theory, D. Stauffer. Le livre est disponible à la bibliothèque de physique.

Pour une application à l'érosion fractale des côtes voir : *Self-Stabilized Fractality of Seacoasts through Damped Erosion* par B. Sapoval, A. Baldassarri and A. Gabrielli, Physical Review Letters 93, 2004.

VI. Quelques applications en génie

VI.1 **Les montagnes russes et la conception des manèges.** De quelle hauteur doit-on partir pour pouvoir faire une boucle si celle-ci est ronde ? Et si elle est elliptique ? On peut se limiter à la mécanique classique sans friction.

VI.2 **Concevoir des missions spatiales économisant l'énergie.**

Voyager aux confins du système solaire en économisant l'énergie, par Christiane Rousseau :

`http://accromath.uqam.ca/2012/07/voyager-aux-confins-du-systeme-solaire-en-economis`

Articles par Shane Ross. Vous pouvez les télécharger sur sa page à

`http://www2.esm.vt.edu/~sdross/papers/`

Par exemple : J.E. Marsden and S.D. Ross [2006], New methods in celestial mechanics and mission design, Bulletin of the American Mathematical Society 43(1), 43-73. Aussi , Shane D. Ross [2006], The interplanetary transport network, American Scientist 94(3), 230-237.

Livre "Fly me to the Moon", par Edward Belbruno. Christiane Rousseau a une copie.

VII. Projets reliés aux applications mathématiques dans les sciences médicales

VII.1 **Épidémies.** pouvons-nous modéliser le développement des maladies ? Pouvons-nous évaluer le nombre de personnes infectées au cours du temps ? Ce sont des questions qui ont préoccupé les scientifiques depuis longtemps. (Est-il utile de rappeler que les plus grandes épidémies ont tué au cours des siècles plus de gens que les grandes guerres ?) Une introduction se trouve dans le chapitre *SIR model for spread of disease* sur la page

`http://www.math.duke.edu/education/ccp/materials/epidemiology.html`

Et voici une référence avancée : D.J. Daley, J. Gani, *Epidemic Modelling*, Cambridge University Press (1999).

"Essential Mathematical Biology", par Nicholas F. Britton, Springer Undergraduate Mathematics Series.

VII.2 **Une introduction à la théorie du chaos.** Le mieux est d'étudier l'exemple de l'application logistique.

Références pour commencer : chapitre 20 de "Dynamical systems with applications using Maple", par S. Lynch, Birkhaüser, 2001. Aussi article de Mitchell Feigenbaum "Universal behaviour in nonlinear sciences" dans le volume "Universality in chaos" par P. Cvitanović (ce volume est à la bibliothèque : QC 174.84 U54 1984.)

Les références suivantes donnent des applications de la théorie du chaos. *La théorie du chaos*, J. Gleick, Champs Flammarion, 1989, ISBN 2-08-081218-X, *Le chaos*, Dossier hors-série Pour la Science, janvier 1995. Pour les applications *Nonlinear Dynamics in Physiology and Medicine* (Editors : Anne Beuter, Leon Glass, Michael C. Mackey, Michèle S. Titcombe), *Nonlinear Dynamics And Chaos With Applications To Physics, Biology, Chemistry, And Engineering* par S. H. Strogatz, Addison-Wesley, 1994, *When times breaks down*, A. T. Winfree, Princeton University Press, 1987, *Theory of Heart*, L. Glass, P. Hunter et A. McCulloch, Springer Verlag, 1991.

VIII. Projets reliés aux applications mathématiques dans les sciences humaines et à l'environnement

VIII.1 **Modélisation de la croissance des populations dans un environnement sous contraintes.** Une population avec des ressources de nourriture sans limite, d'espace illimité et sans prédateurs a tendance à croître exponentiellement. La croissance de la plupart des populations cependant (même les populations humaines) est soumise à des contraintes. Comment modéliser leur croissance ?

Un point de départ possible : l'étude de l'équation logistique (c'est une équation aux différences). Une référence est le chapitre 6 de "Differential equations" par Blanchard, Devaney et Hall, section 6.1-6.4. On peut aussi modéliser à partir d'équations différentielles : partir des exemples de la section 1.1 et de la section 2.1 du livre ci-dessus.

Aussi `http://www.math.duke.edu/education/ccp/materials/biology.html` où se trouve le chapitre *Logistic growth model*.

Le lien *Birth, Growth, Death and Chaos* sur la page

`http://web.math.princeton.edu/math_alive/4/index.shtml`

Aussi"Essential Mathematical Biology", par Nicholas F. Britton, Springer Undergraduate Mathematics Series.

VIII.2 **Existe-t-il des "élection idéales" ?** Les élections pour nos représentants provinciaux et fédéraux sont basées sur une des méthodes les plus simples (simplistes ?) de recueillir les désirs du peuple. Le citoyen y est appelé à exprimer *un* choix ; ce citoyen développera souvent une tactique, sachant par exemple que son premier choix n'a pas de chance mais que son second offre sans doute un compromis acceptable. Existe-t-il des meilleures façons de recueillir le vote populaire ? Voici une question qui a intéressé les mathématiciens (et les politologues) depuis plus de deux siècles. Le mathématicien et politicien français Condorcet (1743-1794) est une des premières figures marquantes de ce domaine. Le théorème d'Arrow illustre la difficulté du problème. Commencer vos recherches bibliographiques par

`http://web.math.princeton.edu/math_alive/6/index.shtml`

L'article suivant de John Geanakoplos contient trois preuves courtes du théorème d'Arrow :

`http://cowles.yale.edu/sites/default/files/files/pub/d11/d1123-r3.pdf`

IX. Quelques problèmes d'optimisation ou de géométrie combinatoire

IX.1 **L'empilement des sphères et ses applications.** Voir

Dossier Pour la Science "La sphère sous toutes ses formes", décembre 2003.

I. Peterson, "Islands of truth", W.H. Freeman and co., New York 1990.

George G. Szpiro, "Kepler's conjecture", John Wiley & Sons, 2003.

Thomas Hales, "Cannonballs and honeycombs", Notices of the American Mathematical Society, Volume 47 (2000), No 4, 440-440.

Page personnelle de Thomas Hales : `http://www.math.pitt.edu/~thales`

Quel est l'empilement le plus dense, Christiane Rousseau, Accromath

`http://accromath.uqam.ca/2018/02/quel-est-lempilement-le-plus-dense/`

IX.2 **Construction de pavages du plan ou classification de pavages.** Les exercices 10, 11 et 12 du chapitre Frises et mosaïques suggèrent des défis qui feront de bons projets. Il s'agit des classifications de pavages archimédiens du plan (exercice 10), des pavages archimédiens de la sphère (exercice 11) et des mosaïques du plan (exercice 12). L'énoncé des exercices est un bon point de départ. Voici quand même d'autres références.

Le chapitre 18 du livre "For all practical purposes" dans la collection COMAP explique entre autres comment inventer des pavages du plan.

IX.3 **Pavages du plan hyperbolique.**

Artful mathematics : the heritage of M. C. Escher, par D. Dunham, Notices of the AMS, volume 50, no 4 (2003). 452-455, ainsi que les références contenues dans cet article.

Math and Art, An introduction to visual mathematics, par S. Kalajdzievski, CRC Press, 2008.

IX.4 **Finir une gravure d'Escher.** Voir

Artful mathematics : the heritage of M. C. Escher, par B. de Smit et H. W. Lenstra, Notices of the AMS, volume 50, no 4 (2003). 446-451. Aussi

`http://escherdroste.math.leidenuniv.nl/`

`http://bergeron.math.uqam.ca/wp-content/uploads/2013/12/Escher_cegep.pdf`

Mystérieuse lithographie d'Escher, Accromath, volume 4, été-automne 2009 : `http://accromath.uqam.ca/2009/06/mysterieuse-lithographie-descher/`

IX.5 **Mathématiques et Origami.** Référence : "Project Origami", Thomas Hull, A.K. Peters Ltd, 2006.

Le site `http://www.langorigami.com/` est maintenu par un des spécialistes mondiaux (tant du pliage que de la science !).

"Geometric folding algorithms : linkages, Origami and polyhedra", Erik D. Demaine et Joseph O'Rourke, Cambridge University Press, 2007.

Aussi article par C. Rousseau :

`http://accromath.uqam.ca/2016/10/les-mathematiques-de-lorigami/`

IX.6 **Les diagrammes de Voronoï.** Ces diagrammes qui constituent une partition du plan avec n points spécifiés en n polygones convexes sont appliqués dans la théorie des communications sans fil. Références : "Graphes et hypergraphes, Claude Berge, Dunod, Paris 1975. "Applications of Voronoi diagrams", John Wiley & Sons, 1992. "Coloring ordinary maps, maps of empire and maps of the moon", Mathematics Magazine, vol. 66 (1993), 211–225. "Frequently asked questions in polyhedral computations", par K. Fukuda,
`http://www.inf.ethz.ch/personal/fukudak/polyfaq/polyfaq.html`