

## Plan du cours MAT 6115

### Équations différentielles non linéaires

Hiver 2015

**Professeur:** Christiane Rousseau

Bureau 5231, Pavillon André Aisenstadt (tél: 343-7729)

Adresse électronique: rousseacdms.umontreal.ca

Page du cours: [www.dms.umontreal.ca/~rousseac/MAT6115.html](http://www.dms.umontreal.ca/~rousseac/MAT6115.html)

**Objectifs:** *Le cours est une initiation aux méthodes géométriques dans les équations différentielles ordinaires dans l'esprit de la théorie et des méthodes initiées par Poincaré. On discutera plusieurs applications:*

1. en mécanique classique (problème des  $n$  corps, systèmes hamiltoniens, mouvement d'un point dans un champ central, systèmes intégrables, mouvement quasi-périodique),
2. en biologie (espèces compétitionnant, systèmes prédateur-proie),
3. en théorie des circuits électriques (système de van der Pol)
4. au XVIe problème de Hilbert,
5. en hydrodynamique (système de Lorenz).

*Plusieurs logiciels permettent maintenant de tracer des portraits de phase. Les logiciels de manipulation symbolique permettent de faire les calculs formels et plusieurs permettent aussi de tracer les portraits de phase, dont Mathematica, Maple et Matlab.*

**Horaire du cours:** Mercredi et vendredi de 10h30 à midi.

**Evaluation:**

1. Un examen final: 50%. Date suggérée de l'examen: vendredi 17 avril de 9h à 12h.
2. Deux devoirs: 25% chacun.

## Sujets traités dans le cours.

1. Révision des théorèmes fondamentaux et traçage des portraits de phase. Théorème de Poincaré-Bendixson. ([1], [2], [5])
2. Révision des systèmes linéaires. [2]
3. Étude des positions d'équilibre et théorie de la stabilité:
  - Singularités hyperboliques. ([1] et [2])
  - Théorie de la stabilité de Liapounov. ([1] et [8])
  - Forme normale de Poincaré. Obstruction à la linéarisation. Résonances. ([3] et [7])
  - Bifurcation de Hopf. ([3] et [5])
  - Théorème de Hartman-Grobman. Relation d'équivalence topologique orbitale sur les EDO. [2]
4. Étude des solutions périodiques: ([1] et [3])
  - Application de premier retour de Poincaré.
  - Stabilité des solutions périodiques.
5. Application de Poincaré pour les oscillations forcées.
6. Quelques notions sur la stabilité structurelle: ([1], [3] et [7])
  - Stabilité structurelle d'un point singulier hyperbolique ou d'une solution périodique hyperbolique.
  - Énoncé des théorèmes de Peixoto et Kupka-Smale.
7. Systèmes hamiltoniens
  - Systèmes hamiltoniens intégrables. Énoncé du théorème de Liouville. [4] Exemples.
  - Flots sur les tores. Nombre de rotation. Flots structurellement stables sur le tore. Théorème de Denjoy. Aperçu de la théorie KAM. [3]
8. Théorie des bifurcations de champs de vecteurs:

- Théorème de la variété centre. ([1] et [7])
- Bifurcation des positions d'équilibre. ([1], [3], [5], [7])
- Bifurcations des solutions périodiques. Résonances. [3]
- Bifurcations des points fixes des fonctions de l'intervalle. [7]
- Bifurcations des séparatrices des points de selle. [1]
- Bifurcation de Bogdanov-Takens. ([1], [7])

**Références:** les volumes recommandés pour le cours sont les volumes [5] et [7]. Quelques copies sont en vente à la librairie des presses. Mais le cours ne sera pas centré sur ces textes. Certaines sections du cours seront couvertes par des notes de cours apparaissant sur la page du cours <http://www.dms.umontreal.ca/~rousseac/MAT6115.html>

- [1] Perko L., *Differential equations and dynamical systems*, Springer-Verlag (Texts in App. Math, no7), 3e édition 2002, (en réserve à la bibliothèque).
- [2] Arnold V. I., *Équations différentielles ordinaires*, Mir Moscou (pour la révision des notions fondamentales ), Mir, Moscou, 1974, (en réserve à la bibliothèque).
- [3] Arnold V. I., *Geometric theory of ordinary differential equations* Springer Verlag (en réserve à la bibliothèque).
- [4] Arnold V. I., *Méthodes mathématiques de la mécanique classique*, Mir, Moscou, 1976.
- [5] Chicone C., *Ordinary differential equations with applications*, Springer-Verlag, Texts in Applied Mathematics, 34, 1999, (en vente à la librairie des presses au pavillon Roger-Gaudry, en réserve à la bibliothèque).
- [6] Devaney R., *An introduction to chaotic dynamical systems*, Benjamin/Cummings, 1987, (en réserve à la bibliothèque).
- [7] Guckenheimer J. & Holmes P., *Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields*, Springer Verlag 1983 (App. Math. Sci. no 42), (en vente à la librairie des presses au pavillon Roger-Gaudry, en réserve à la bibliothèque).

- [8] Hirsch M. & Smale S., *Differential equations , dynamical systems and linear algebra*, Academic Press 1974 (en réserve à la bibliothèque).
- [9] Lynch S., *Dynamical systems with applications using Maple*, Birkhäuser, 2001, (en réserve à la bibliothèque).
- [10] Wiggins S., *Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos*, Springer-Verlag Texts in Applied Mathematics 2, 1990.