

Théorème de point fixe de Banach



Existe-t-il un point fixe?



Existe-t-il un point fixe?



Essayons un point...

Existe-t-il un point fixe?



Essayons un point...





• Il ne fonctionne pas...



- Il ne fonctionne pas...
- Essayons son image



- Il ne fonctionne pas...
- Essayons son image
- Il ne fonctionne pas...



- Il ne fonctionne pas...
- Essayons son image
- Il ne fonctionne pas...
- Le tout devient trop petit. Faisons un zoom



- Il ne fonctionne pas...
- Essayons son image
- Il ne fonctionne pas...
- Le tout devient trop petit. Faisons un zoom
- Essayons l'image du second point



- Il ne fonctionne pas...
- Essayons son image
- Il ne fonctionne pas...
- Le tout devient trop petit. Faisons un zoom
- Essayons l'image du second point
- Il ne fonctionne pas...



- Il ne fonctionne pas...
- Essayons son image
- Il ne fonctionne pas...
- Le tout devient trop petit. Faisons un zoom
- Essayons l'image du second point
- Il ne fonctionne pas...
- Le tout devient trop petit. Faisons un zoom...



Déjà une première leçon

Déjà une première leçon

- Quel que soit notre zoom, soit le seuil choisi, les itérées deviennent indistinguables.

Déjà une première leçon

- Quel que soit notre zoom, soit le seuil choisi, les itérées deviennent indistinguables.
- Une suite de points avec cette propriété est une **suite de Cauchy**. Elle a une limite.



- Jouons le même jeu avec un second point



- Jouons le même jeu avec un second point
- Dessinons la suite de ses images



- Jouons le même jeu avec un second point
- Dessinons la suite de ses images
- C'est encore une suite de Cauchy



- Jouons le même jeu avec un second point
- Dessinons la suite de ses images
- C'est encore une suite de Cauchy
- Elle semble converger vers le même point que la première suite!



Nouvelles leçons

Nouvelles leçons



Nouvelles leçons

- On a découvert une méthode pour construire le point fixe.



Nouvelles leçons

- On a découvert une méthode pour construire le point fixe.
- Le point fixe semble unique!



Pourquoi cela
fonctionne-t-il?

Pourquoi cela fonctionne-t-il?

- Parce que la fonction construite est une **contraction**: Les images de deux points P et Q sont plus proches que les points P et Q

Pourquoi cela fonctionne-t-il?

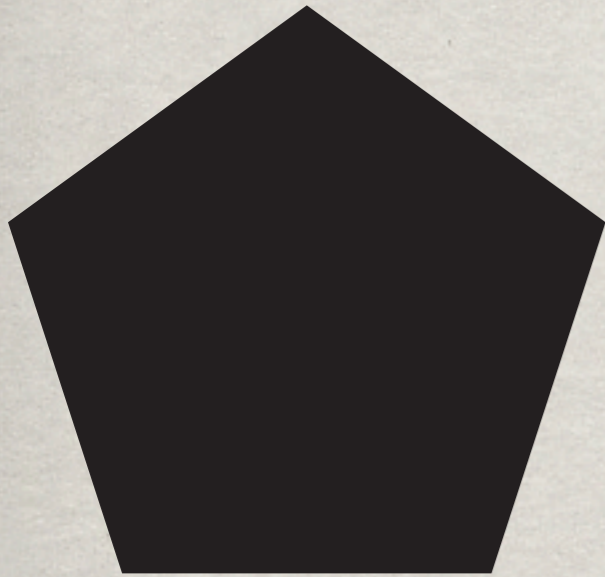
- Parce que la fonction construite est une **contraction**: Les images de deux points P et Q sont plus proches que les points P et Q
- Parce qu'on est dans un espace où toute suite de Cauchy converge.

Théorème de point fixe de Banach

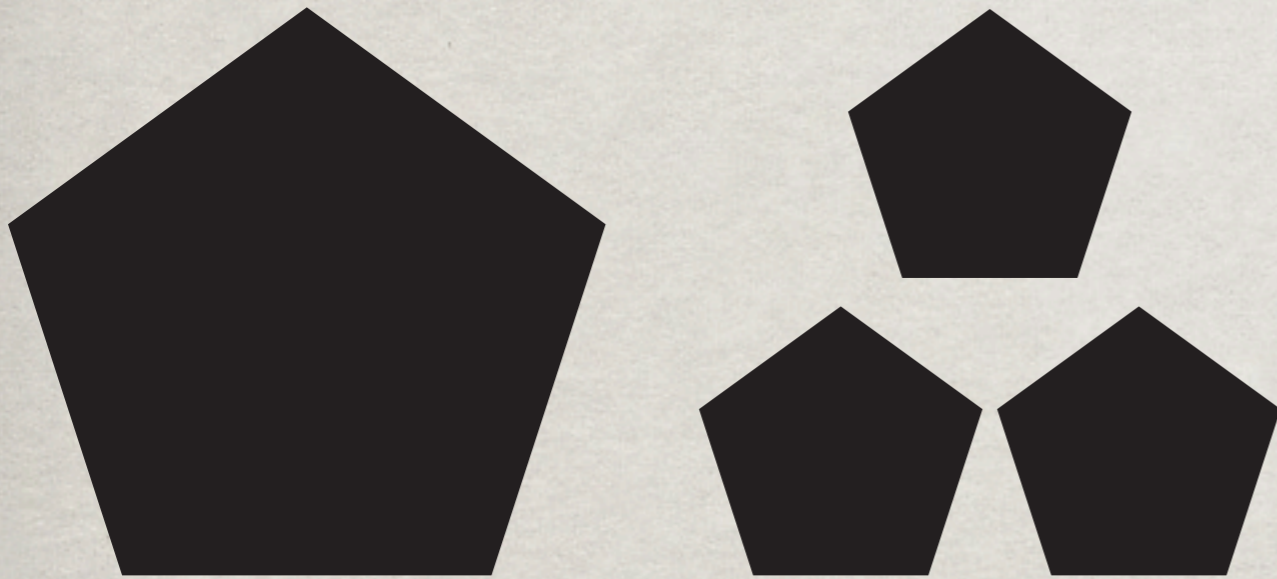
Soit K un espace métrique. Toute fonction $f : K \rightarrow K$ qui est une contraction a un unique point fixe, si toute suite de Cauchy dans K converge (i.e. K est complet).

La fonction $W(B)$ est une contraction!

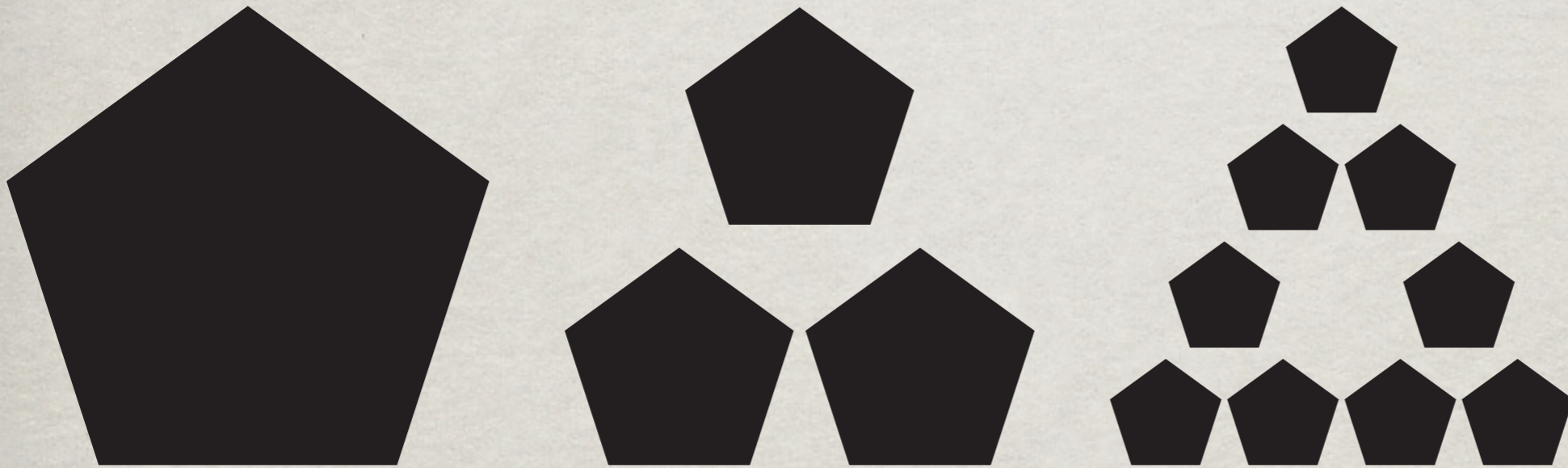
La fonction $W(B)$ est une contraction!



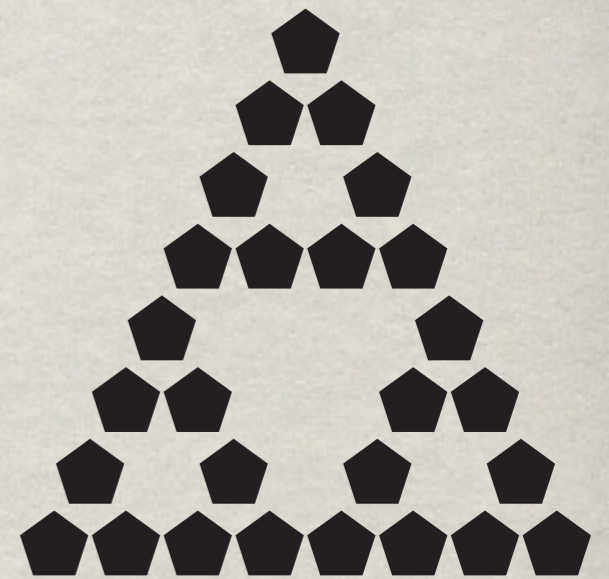
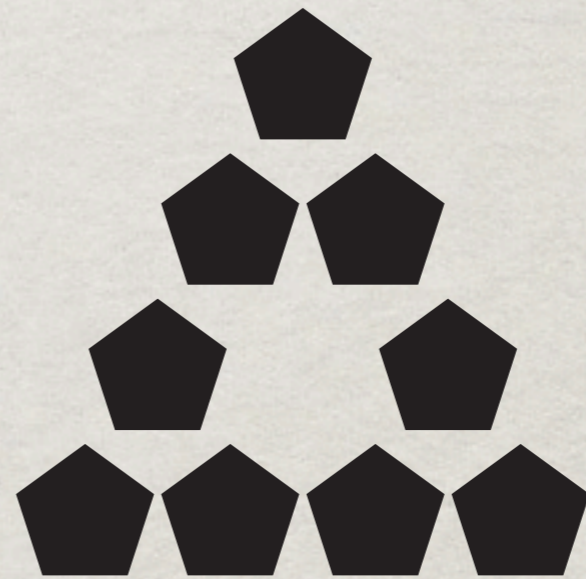
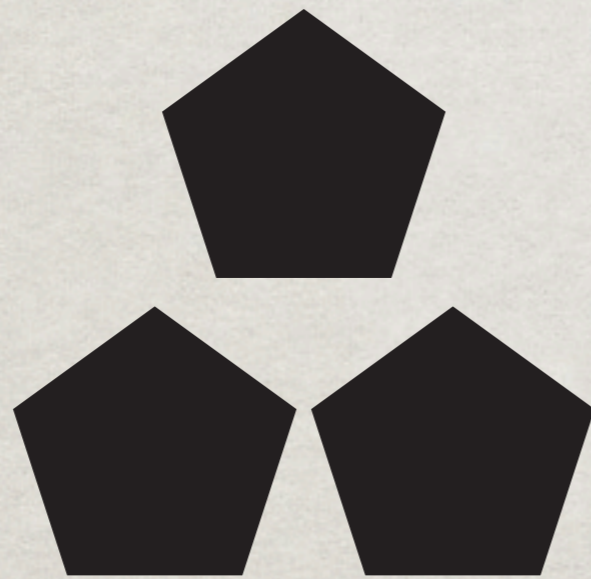
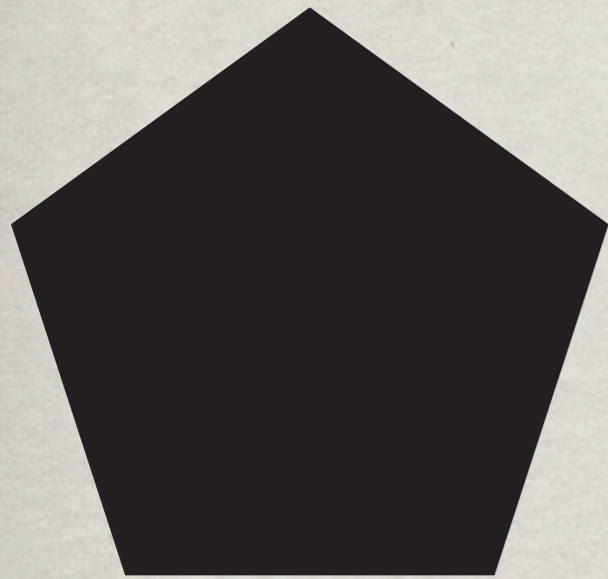
La fonction $W(B)$ est une contraction!



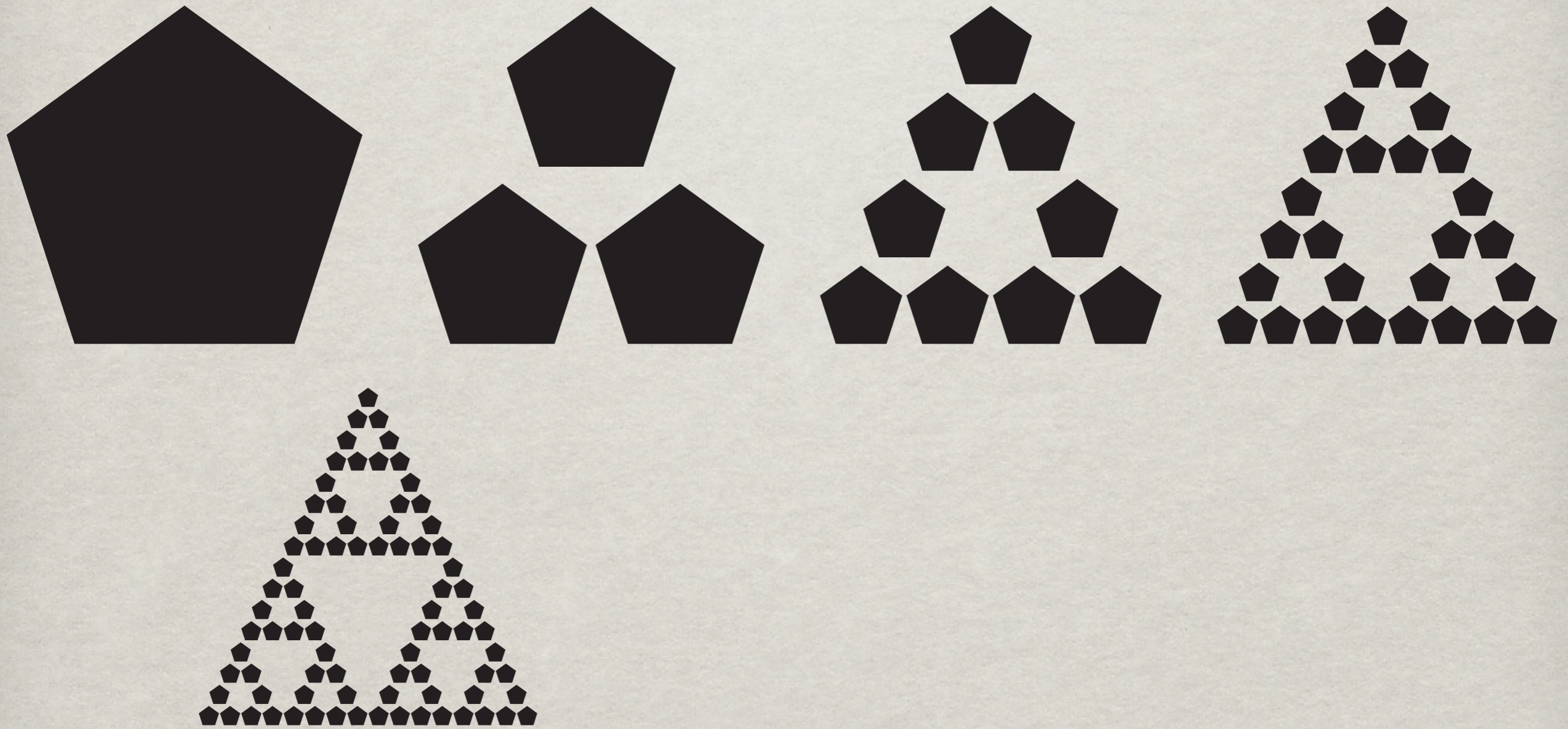
La fonction $W(B)$ est une contraction!



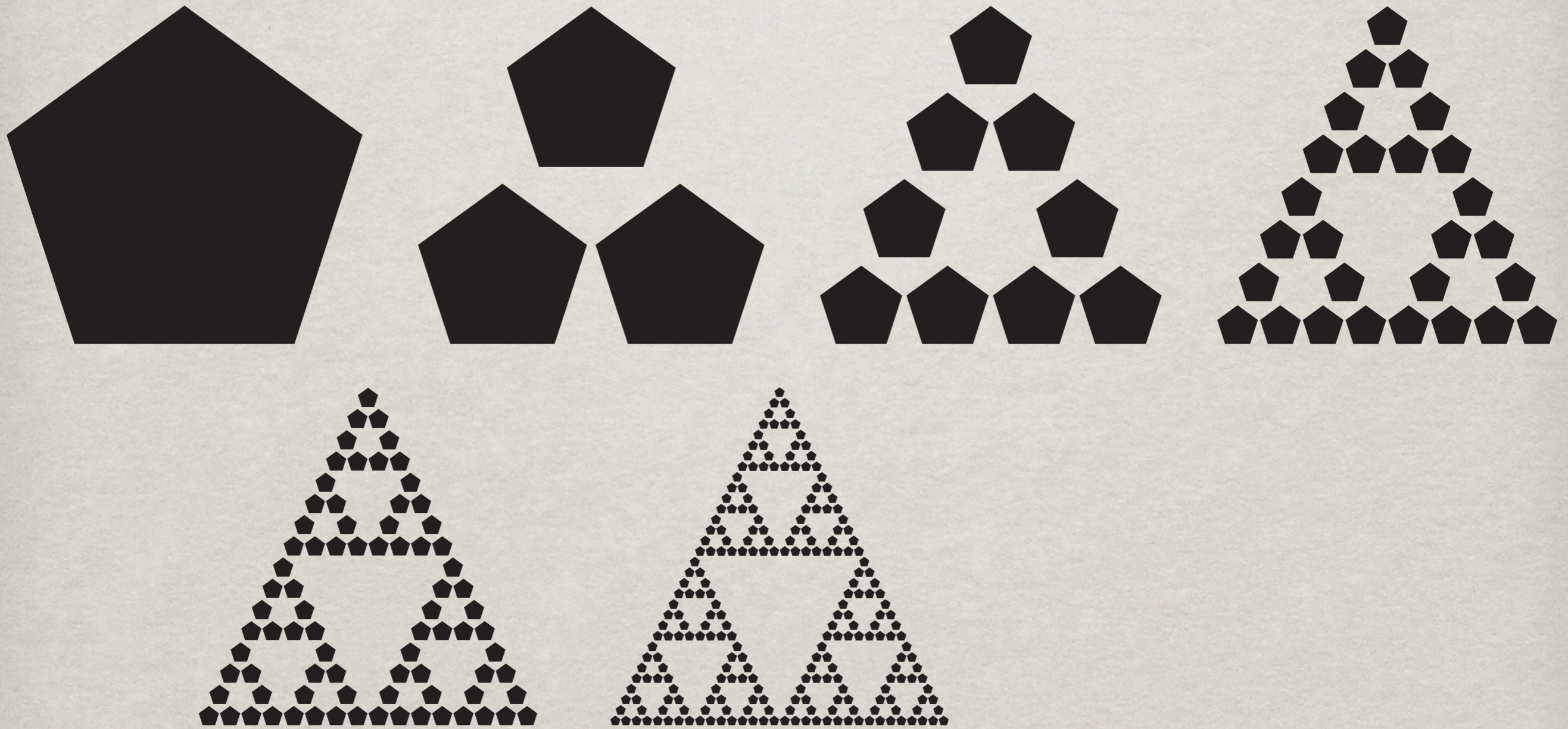
La fonction $W(B)$ est une contraction!



La fonction $W(B)$ est une contraction!



La fonction $W(B)$ est une contraction!



La fonction $W(B)$ est une contraction!

